TakiAcademy - www.takiacademy.com ★★★★★★★★★ Mathématiques ★★★★★★★★★ Prof : Abbes Amor – Lycée Pilote Monastir	Section : 4ème Sc-Exp	
	Révision Bac 2019 : Sujet n° 02	
	Durée : 3 H 00 mn	Date : 10/05/2019

EXERCICE N°1 : 4 points

A/ Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
La droite de régression de Y en X d'une série statistique double est donnée par : $y = -5x + 20{,}75$

1) Le coefficient de corrélation linéaire r(x,y) est égal à :

a) 1,01 b) 0,99 c) – 0,93

2) Sachant que la covariance cov(x,y) = - 2,5 alors la variance de x est

a) V(x) = 2 b) V(x) = - 0,5 c) V(x) = 0,5

3) Si $\overline{x} = 2$ alors on a $\overline{y}$ est égale à :

a) 1 b) 10,75 c) 30,7

B/ Le tableau suivant donne la distance de freinage d (en mètres) d'une voiture en fonction de sa vitesse v (en km/h) :

v (km/h)	30	40	50	60	70	80
d (en mètres)	42	60	80	90	95	110

1) Calculer $\overline{v}$, $\overline{d}$, V(v), V(d) et Cov(v,d).

2) a) Calculer le cœfficient de corrélation linéaire entre v et d.

b) Y- a- t- il forte corrélation affine entre v et d ? Justifier.

3) Soit Δ la droite de régression de d en v. Montrer qu'une équation cartésienne de Δ est : $d = 1{,}3v + 8$. Calculer la distance de freinage lorsque la voiture roule à 100 km/h.

4) La vitesse de la voiture est de 140 km/h, lorsque le conducteur, roulant suivant une ligne droite aperçoit un obstacle situé à une distance de 200 mètres.
Pourrait-il, alors, éviter cet obstacle sachant qu'il met une seconde pour appuyer sur les freins ?

EXERCICE N°2 : 3 points

Un groupe de 22 personnes décide d'aller deux samedis de suite pour diner dans deux restaurants A et B. Le premier samedi, 8 personnes vont diner dans le restaurant A, et les autres vont diner dans le restaurant B. Le deuxième samedi, 4 personnes décident de revenir diner dans le restaurant A, 2 personnes vont revenir au restaurant B et les autres vont diner dans le restaurant qu'ils n'ont pas encore visité. Après le deuxième diner, on interroge au hasard une personne du groupe.
On considère les évènements suivant : A_1 : " La personne a diné dans le restaurant A le premier samedi "
B_1 : " La personne a diné dans le restaurant B le premier samedi "
A_2 : " La personne a diné dans le restaurant A le deuxième samedi "
B_2 : " La personne a diné dans le restaurant B le deuxième samedi ".

1) Faire un arbre pondéré interprétant les faits.

2) a) Déterminer $p(A_2)$, $p(A_1 \cap A_2)$, $p(B_1 \cap B_2)$.

b) Sachant que la personne interrogée a diné le deuxième samedi dans le restaurant B, quelle est la probabilité qu'elle ait diné dans le restaurant A le premier samedi ?

3) Le diner coute 20 dinars par personne dans le restaurant A et 15 dinars dans le restaurant B. On appelle X la variable aléatoire égal à la somme totale dépensée par la personne interrogée.
Déterminer la loi de probabilité de X. Calculer son écart type.

EXERCICE N°3 : 5 points

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

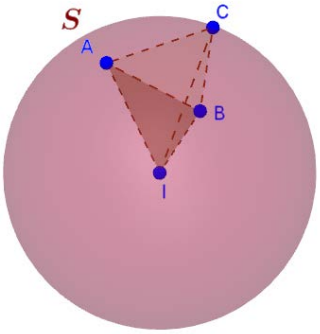
On considère les points $A(1,0,0)$, $B(1,2,-1)$, $C(-1,2,0)$ et $I(0,1,-3)$.

1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b) En déduire que *A, B* et *C* déterminent un plan *P* dont une équation est : $x+y+2z-1=0$.

2) a) Vérifier que le volume du tétraèdre *ABCI* est égal à 2.

b) la distance du point *I* au plan *P* est égale à $\sqrt{6}$, déterminer alors l'aire du triangle *ABC*.



c) En déduire la distance du point C et la droite (AB).

3) Soit *S* la sphère de centre le point *I* et passant par le point *A*.

a) Montrer que *S* passe par le point *C*.

b) Montrer que l'intersection de *P* et *S* est le cercle (C) de centre le point *B* et de rayon $\sqrt{5}$.

4) α étant un réel, on considère l'ensemble S_α des points $M(x,y,z)$ tels que :

$x^2+y^2+z^2-2y-2\alpha z-1=0$

a) Montrer que S_α est la sphère de centre $I_\alpha(0,1,\alpha)$ de rayon $R_\alpha=\sqrt{2+\alpha^2}$.

b) Montrer que la sphère S_α passe par les points *A* et *C*.

c) En déduire que pour tout réel α, le plan *P* coupe la sphère S_α selon un cercle (C_α).

5) a) Soit r_α le rayon du cercle (C_α). Montrer $r_\alpha=\sqrt{5}$ si et seulement si $\alpha=3$ ou $\alpha=-3$.

b) Justifier que les centres des cercles (C_{-3}) et (C_3) sont respectivement le points *B* et un point B' dont on déterminera les coordonnées.

c) Vérifier que $ABCB'$ est un losange.

EXERCICE N°4 : 3 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{9}{2}e^{-2x} - 3e^{-3x}$.

Soit l'équation différentielle (E) : $y' + 2y = 3e^{-3x}$

1) a) Résoudre l'équation différentielle (E') : $y' + 2y = 0$.

b) En déduire que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \frac{9}{2}e^{-2x}$ est solution de (E').

c) Vérifier que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -3e^{-3x}$ est solution de (E). En déduire que f est solution de (E).

2) Dresser le tableau de variation de f. Tracer la courbe ζ_f de la fonction f.

3) Déterminer l'aire A de la partie du plan limitée par l'axe des abscisses, la courbe ζ_f, l'axe des ordonnées et la droite x = 1.

EXERCICE N°5 : **5 points**

A tout entier naturel $n \geq 1$, on associe la fonction f_n définie sur $]0, +\infty[$ par :

$f_n(x) = \frac{1}{n!} \frac{\ln^n x}{x^2}$. ζ_n : courbe de f_n dans un repère orthogonal unité (1 cm, 10 cm)

1) a) Etudier suivant la parité de n : $\lim\limits_{x \to 0^+} f_n(x)$.

b) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f_n(x) = 0$.

2) Dresser les tableaux de variations des fonctions f_1 et f_2.

3) a) Etudier la position relative des courbes ζ_1 et ζ_2.

b) Tracer dans le même repère ζ_1 et ζ_2.

4) Soit la suite u définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = f_n\left(\sqrt{e^n}\right)$. Montrer que pour tous $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = \frac{1}{n!}\left(\frac{n}{2e}\right)^n$.

5) Montrer que $\forall\, n \in \mathbb{N}^*$: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1}{2e}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

6) a) Montrer que $\forall\ x > 0$ on : $\frac{1}{x+1} \leq \ln(x+1) - \ln x \leq \frac{1}{x}$.

b) En déduire que : $\forall\, x > 0$: $e^{\frac{x}{x+1}} \leq \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \leq e$ et que : $\forall\ n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{1}{2}\, e^{\frac{-1}{n+1}} \leq \frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{1}{2}$.

c) Montrer alors que : $\forall\ n \in \mathbb{N}^*$: $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} e^{-\sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k}} \leq \frac{u_n}{u_1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ et que $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \frac{1}{n} \leq \frac{u_n}{u_1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.